Lehrstuhl für Netzarchitekturen und Netzdienste
Fakultät für Informatik
Technische Universität München

Grundlagen Rechnernetze und Verteilte Systeme (IN0010)

Übungsblatt 3

3. Mai – 7. Mai 2021

Aufgabe 1 Abtastung periodischer Signale (Hausaufgabe)[1]

Gegeben sei das periodische Zeitsignal $s(t) = \frac{1}{2}\sin(\pi t) - \sin(2\pi t)$.

a)* Skizzieren Sie $s(t)$ im unten abgedruckten Koordinatensystem für $t \in [0; 10)$. **Hinweis:** Es ist hilfreich, sich zunächst die beiden Sinusanteile, aus denen $s(t)$ zusammengesetzt ist, zu skizzieren.

b)* Welche Periodendauer T besitzt das Signal $s(t)$?

c) Bestimmen Sie die maximale Frequenz f_{max}, welche in $s(t)$ vorkommt.

d) Wie hoch muss demnach die *minimale Abtastfrequenz* f_a sein, so dass aus den unquantisierten Abtastwerten eine *verlustfreie* Rekonstruktion möglich ist?

e) Wie viele Abtastwerte werden also pro Periode benötigt?

[1] Das Zeichnen von (addierten) Sinus-/Kosinusteilen hatten wir bereits in Übungsblatt 2.

Aufgabe 2 Quantisierung und Kanalrauschen

In dieser Aufgabe soll eine Temperaturkurve digitalisiert und der Einfluss von Rauschen auf Signale untersucht werden. Hierfür sollen Temperaturen im Bereich von –40 °C bis 70 °C betrachtet werden. Die gemessenen Werte sollen linear abgebildet werden, wobei eine Schrittweite von höchstens 0.5 °C erreicht werden soll.

a)* Erklären Sie den Unterschied zwischen Abtastung und Quantisierung.

Abtasten: Diskretisierung eines Signales ⇒ Werte exakt messen
⇒ Ohne Runden

Quantisieren: „Runden" auf die nächste Signalstufe im Wertebereich

b)* Wie viele Bit werden für die Digitalisierung eines einzelnen Temperaturwerts mindestens benötigt? Begründen Sie Ihre Antwort.

Wie viele Stufen?

$$n = \left|\frac{b-a}{\Delta}\right| = \left|\frac{-40-70}{0{,}5}\right| = |-220|$$

$$= \underline{220 \text{ Stufen}}$$

Wie viele Bit?

$$\lceil \log_2(220) \rceil = 8 \text{ bit } (256 \text{ Stufen})$$

2^9 Stufen

c) Mit welcher Schrittweite kann aufgrund der verwendeten Bitanzahl laut Teilaufgabe b) nun die Temperatur bestimmt werden?

Wir nutzen alle 8 bit (256 Stufen)

$$256 = \left|\frac{b-a}{\Delta'}\right| = \left|\frac{-110}{\Delta'}\right| = \frac{110}{\Delta'} \quad | \cdot \Delta' \quad | : 256$$

$$\underline{\underline{\Delta' = 0{,}43\,°C}}$$

$$70\,°C - \frac{0{,}43\,°C}{2} - 0{,}215 = \underline{\underline{65{,}785\,°C}}$$

d) Bestimmen Sie den maximalen Quantisierungsfehler bezüglich der berechneten Schrittweite aus Teilaufgabe c) unter der Annahme, dass mathematisches Runden verwendet wird.

$$\frac{\Delta'}{2} = \frac{0{,}43\,°C}{2} = \underline{\underline{0{,}215\,°C}}$$

3
2
1

Angenommen es kommen nur Werte zwischen –40 und +70 vor.

Sollten Sie vorhergehende Teilaufgaben nicht gelöst haben, gehen Sie von 256 Quantisierungsstufen aus.[2] Das verwendete Basisbandsignal verwendet für jede Temperaturstufe genau ein Symbol. Es soll eine Kanalkapazität von ~~10 kbit/s~~ erreicht werden.

e) Bestimmen Sie die mindestens benötigte Bandbreite bei einem rauschfreien Kanal, wenn die angegebene Kanalkapazität erreicht werden soll.

$C_H = 2B \cdot \log_2(M)$

$10000 bit/s = 2B \cdot \log_2(256)$

$= 2B \cdot 8$

$= 16B \quad | :16$

$\underline{\underline{B = 625 Hz}}$

f) Auf welchen Wert würde die Kanalkapazität bei gleicher Bandbreite sinken, wenn ein SNR von 35 dB angesetzt werden würde?

Shannon / Hartley:

$\underline{C_S} = B \cdot \log_2(1 + SNR)$

$\neq$ SNR dB

$C_S = 625 Hz \cdot \log_2(1 + 3162{,}28)$

$\underline{\underline{= 7267 Bit/s}}$

$SNR dB = 10 \cdot \log_{10}(\underline{SNR})$

$35 dB = 10 \cdot \log_{10}(SNR) \quad | :10$

$3{,}5 dB = \log_{10}(SNR) \quad | 10^{\square}$

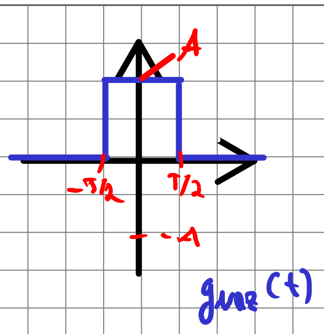
$10^{3{,}5 dB} = SNR = \underline{3162{,}28}$

[2]In der Klausur bauen Aufgaben grundsätzlich aufeinander auf, d. h. es sind Zwischenergebnisse vorheriger Teilaufgaben zu nutzen. Bei längeren Aufgaben geben wir – wenn es sich anbietet – manchmal Ersatzwerte an, so dass ein Wiedereinstieg möglich ist.

Aufgabe 3 Leitungscodes

In dieser Aufgabe wollen wir die beiden Leitungscodes NRZ und Manchester miteinander vergleichen. Beispielhaft soll die Bitfolge `1001 0011` übertragen werden.

a)* Geben Sie den NRZ-Grundimpuls sowohl grafisch als auch analytisch an.



$$g_{NRZ}(t) = \begin{cases} A, & -T/2 \leq t < T/2 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

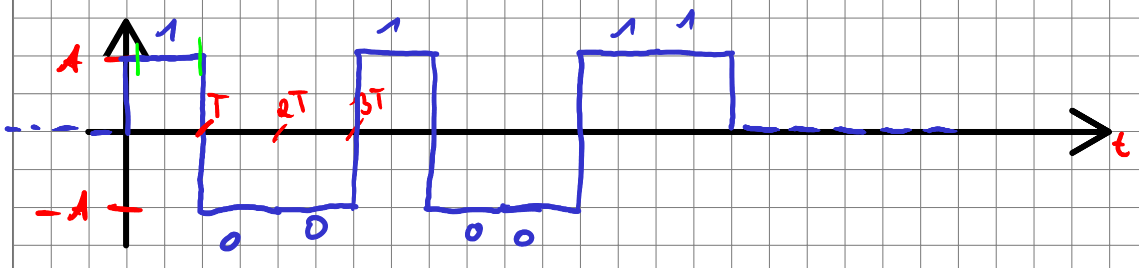
b)* Geben Sie den Manchester-Grundimpuls sowohl grafisch als auch analytisch an.

Sihe Wiederholung (notes.pdf)

c)* Weswegen gibt es für beide Leitungscodes jeweils zwei Möglichkeiten, die angegebene Bitfolge zu übertragen?

- Wir dürfen entscheiden ob eine max. Signalamplitude bei NRZ für 0 oder 1 steht
- Analog bei Manchester code.

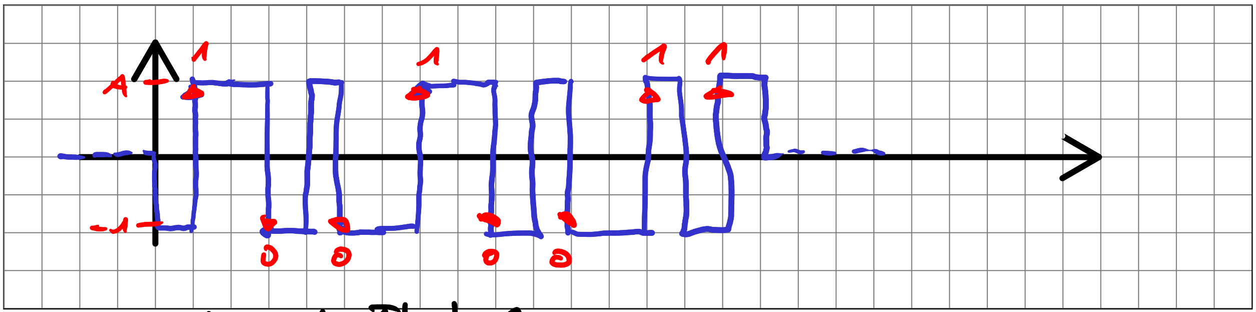
d)* Geben Sie das kodierte Basisbandsignal an, sofern NRZ verwendet wird. 1001 0011



→ Max. Amplitude ≙ logische 1

1001 0011

e)* Geben Sie das kodierte Basisbandsignal an, sofern Manchester verwendet wird.



Steigende Flanke $\hat{=}$ 1

Aus der Vorlesung ist das Spektrum des NRZ-Impulses bekannt als

$$G_{\mathrm{NRZ}}(f) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f}. \tag{3.1}$$

f)* Bestimmen Sie das Spektrum $G_{\mathrm{Manch}}(f)$ des Manchester Impluses.

$$g_{Manch}(f) \circ\!\!-\!\!\bullet\, G_{Manch}(f)$$

$$S(f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \underbrace{s(t)}_{g_{Manch}(f)} \cdot e^{-\overset{=i}{j} 2\pi f t}\, dt$$

Integralgrenzen anpassen zu

$$\int_{-T/2}^{0} \dots + \int_{0}^{T/2}$$

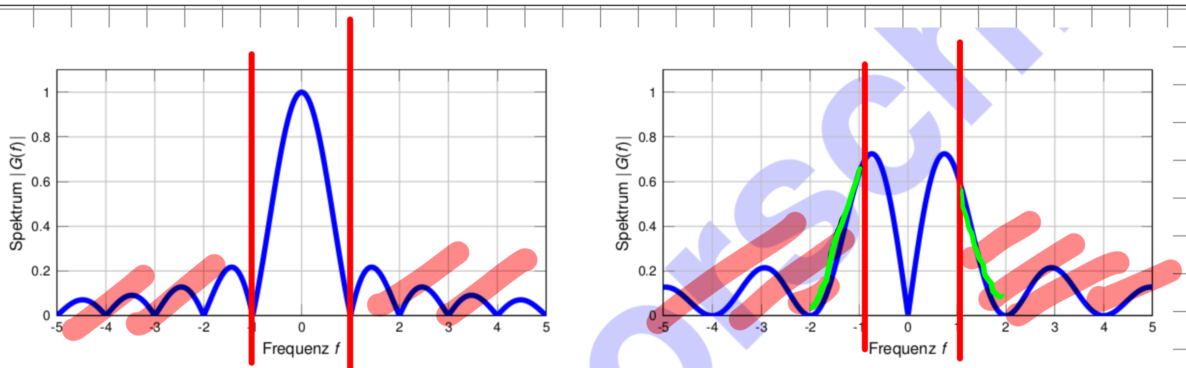
$$= j \cdot \frac{A}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{\cos(\pi f T) - 1}{\pi f}$$

g) Was sagt das Verhalten der Spektren für $f \to \infty$ hinsichtlich der Übertragung auf einem realen Kommunikationskanal im Basisband aus?

Schnelles Abklingen des Spektrums.

h) Klingt eines des der beiden Spektren für $f \to \infty$ schneller ab als das andere?

i) Plotten Sie für $T = 1$ s und $A = \sqrt{2\pi}$ sowohl $|G_{\text{NRZ}}(f)|$ als auch $|G_{\text{Manch}}(f)|$ in einem Programm Ihrer Wahl. Vergleichen Sie beide Spektren miteinander. (Hausaufgabe)



(a) NRZ (b) Manchester

– Manchester ist anfälliger bei Tiefpassfilter

=> Benötigt eine hohe Bandbreite.