

# Grundlagen Rechnernetze und Verteilte Systeme (IN0010)

## Übungsblatt 3

3. Mai – 7. Mai 2021

### Aufgabe 1 Abtastung periodischer Signale (Hausaufgabe)<sup>1</sup>

Gegeben sei das periodische Zeitsignal  $s(t) = \frac{1}{2} \sin(\pi t) - \sin(2\pi t)$ .

a)\* Skizzieren Sie  $s(t)$  im unten abgedruckten Koordinatensystem für  $t \in [0; 10)$ . **Hinweis:** Es ist hilfreich, sich zunächst die beiden Sinusanteile, aus denen  $s(t)$  zusammengesetzt ist, zu skizzieren.



b)\* Welche Periodendauer  $T$  besitzt das Signal  $s(t)$ ?

c) Bestimmen Sie die maximale Frequenz  $f_{\max}$ , welche in  $s(t)$  vorkommt.

d) Wie hoch muss demnach die *minimale Abtastfrequenz*  $f_a$  sein, so dass aus den unquantisierten Abtastwerten eine *verlustfreie* Rekonstruktion möglich ist?

e) Wie viele Abtastwerte werden also pro Periode benötigt?

<sup>1</sup>Das Zeichnen von (addierten) Sinus-/Kosinusteilen hatten wir bereits in Übungsblatt 2.

## Aufgabe 2 Quantisierung und Kanalrauschen

In dieser Aufgabe soll eine Temperaturkurve digitalisiert und der Einfluss von Rauschen auf Signale untersucht werden. Hierfür sollen Temperaturen im Bereich von  $-40\text{ °C}$  bis  $70\text{ °C}$  betrachtet werden. Die gemessenen Werte sollen linear abgebildet werden, wobei eine Schrittweite von höchstens  $0,5\text{ °C}$  erreicht werden soll.

a)\* Erklären Sie den Unterschied zwischen Abtastung und Quantisierung.

Abtastung: Wertemassen  $\Rightarrow$  Diskretisieren eines Signals  
 $\Rightarrow$  eine Runde  
 Quantisierung: „Runden“ auf die nächste Signalstufe im Wertebereich.

b)\* Wie viele Bit werden für die Digitalisierung eines einzelnen Temperaturwerts mindestens benötigt? Begründen Sie Ihre Antwort.

$$M = \left\lceil \frac{b-a}{\Delta} \right\rceil = \left\lceil \frac{-40-70}{0,5} \right\rceil = \left\lceil \frac{-110}{0,5} \right\rceil = \underline{220 \text{ Stufen}}$$

$$\lceil \log_2(220) \rceil = \underline{8 \text{ bit}} \quad (256 \text{ Signalstufen})$$

c) Mit welcher Schrittweite kann aufgrund der verwendeten Bitanzahl laut Teilaufgabe b) nun die Temperatur bestimmt werden?

$$M = \frac{b-a}{\Delta}$$

$$256 = \left\lceil \frac{-110}{\Delta} \right\rceil = \frac{110}{\Delta} \cdot \Delta \cdot \lceil \cdot \rceil : 256$$

$$\Delta \approx \underline{0,43\text{ °C}}$$

d) Bestimmen Sie den maximalen Quantisierungsfehler bezüglich der berechneten Schrittweite aus Teilaufgabe c) unter der Annahme, dass mathematisches Runden verwendet wird.

$$\frac{\Delta}{2} = \frac{0,43\text{ °C}}{2} = \underline{0,215\text{ °C}}$$

Sollten Sie vorhergehende Teilaufgaben nicht gelöst haben, gehen Sie von 256 Quantisierungsstufen aus.<sup>2</sup> Das verwendete Basisbandsignal verwendet für jede Temperaturstufe genau ein Symbol. Es soll eine Kanalkapazität von 10 kbit/s erreicht werden.

e) Bestimmen Sie die mindestens benötigte Bandbreite bei einem rauschfreien Kanal, wenn die angegebene Kanalkapazität erreicht werden soll.

$$C_4 = 2B \cdot \log_2(M)$$

$$10 \text{ kbit/s} = 2B \cdot \log_2(256)$$

$$10000 \text{ bit/s} = 2B \cdot 8 \text{ bit}$$

$$10000 \text{ bit/s} = 16 \text{ bit} \cdot 16 \text{ bit}$$

$$B = 625 \text{ Hz} = 625 \frac{1}{\text{s}}$$

f) Auf welchen Wert würde die Kanalkapazität bei gleicher Bandbreite sinken, wenn ein SNR von 35 dB angesetzt werden würde?

$$C_5 = B \cdot \log_2(1 + \text{SNR})$$

↑  
625 Hz

$$= 625 \text{ Hz} \cdot \log_2(1 + 3162,28)$$

$$= 625 \text{ Hz} \cdot 11,63$$

$$= 7267 \text{ bit/s}$$


---

SNR ≠ SNR dB

$$\text{SNR dB} = 10 \log_{10}(\text{SNR})$$

$$35 \text{ dB} = 10 \cdot \log_{10}(\text{SNR}) \quad | :10$$

$$3,5 \text{ dB} = \log_{10}(\text{SNR}) \quad | 10^{\square}$$

$$10^{3,5 \text{ dB}} = \text{SNR}$$

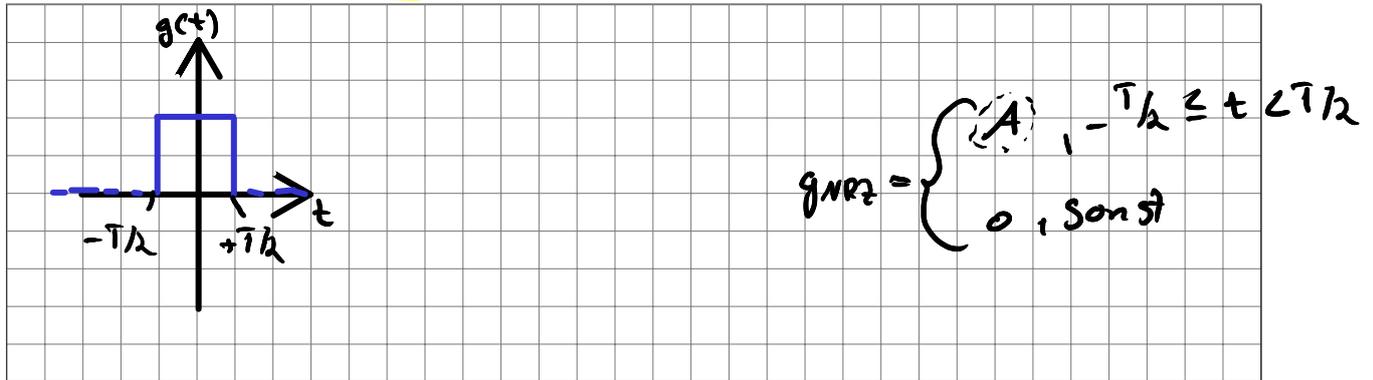
$$\text{SNR} = 3162,28$$

<sup>2</sup>In der Klausur bauen Aufgaben grundsätzlich aufeinander auf, d. h. es sind Zwischenergebnisse vorheriger Teilaufgaben zu nutzen. Bei längeren Aufgaben geben wir – wenn es sich anbietet – manchmal Ersatzwerte an, so dass ein Wiedereinstieg möglich ist.

### Aufgabe 3 Leitungscodes

In dieser Aufgabe wollen wir die beiden Leitungscodes **NRZ** und **Manchester** miteinander vergleichen. Beispielhaft soll die Bitfolge **1001 0011** übertragen werden.

a)\* Geben Sie den **NRZ-Grundimpuls** sowohl grafisch als auch analytisch an.



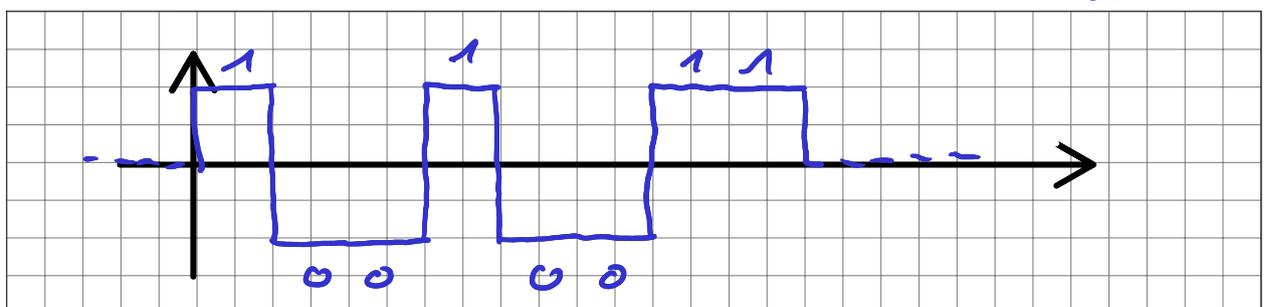
b)\* Geben Sie den Manchester-Grundimpuls sowohl grafisch als auch analytisch an.

Siehe notes.pdf  
grnrs.uwpr.org

c)\* Weswegen gibt es für beide Leitungscodes jeweils zwei Möglichkeiten, die angegebene Bitfolge zu übertragen?

- Die logische 1 kann bei NRZ entweder mit max oder minimaler Signalamplitude dargestellt werden
- — 11 — Manchester Code — 11 —  
mit steigender oder fallender Flanke

d)\* Geben Sie das kodierte **Basisbandsignal** an, sofern NRZ verwendet wird. 1001 0011

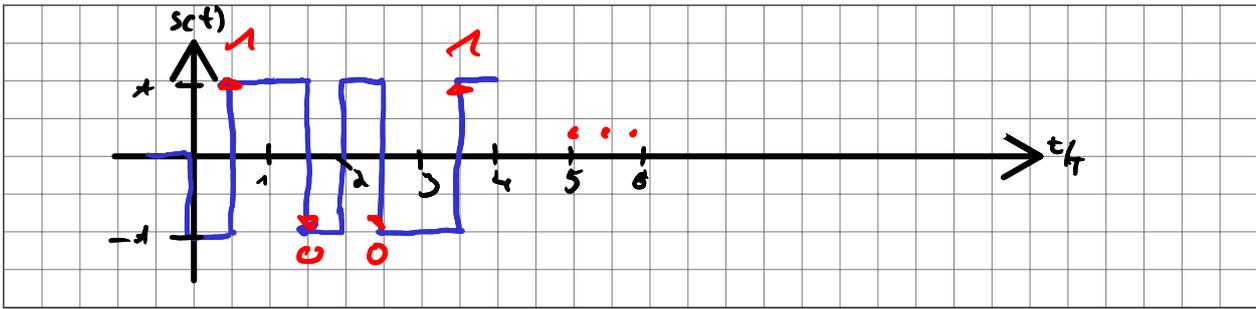


1 = max Signal Amplitude

1 = Steigende Flanke

1001 0011

e)\* Geben Sie das kodierte Basisbandsignal an, sofern Manchester verwendet wird.



Aus der Vorlesung ist das Spektrum des NRZ-Impulses bekannt als

$$G_{\text{NRZ}}(f) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f} \quad (3.1)$$

f)\* Bestimmen Sie das Spektrum  $G_{\text{Manch}}(f)$  des Manchester Impulses.

f)

$$= j = \frac{A}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{\cos(\pi f T) - 1}{\pi f}$$

g) Hohe Frequenzen werden stärker gedämpft als niedrige bei einem realen Übertragungskanal  
 $\Rightarrow$  Schnelle abklingen des Spektrums.

h)  $\lim_{f \rightarrow \infty} G_{\text{NRZ}}(f) = \lim_{f \rightarrow \infty} G_{\text{Manch}}(f) = \frac{1}{f}$

$g_{\text{Manch}}(f) \quad \circ \quad \bullet \quad G_{\text{Manch}}(f)$

$$s(f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} g_{\text{Manch}} \cdot \underbrace{e^{-j2\pi f t}}_{*} dt$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-T/2}^0 -1 \cdot * dt + \int_0^{T/2} 1 \cdot * dt + 0$$

g) Was sagt das Verhalten der Spektren für  $f \rightarrow \infty$  hinsichtlich der Übertragung auf einem realen Kommunikationskanal im Basisband aus?

h) Klingt eines der beiden Spektren für  $f \rightarrow \infty$  schneller ab als das andere?

i) Plotten Sie für  $T = 1$  s und  $A = \sqrt{2\pi}$  sowohl  $|G_{\text{NRZ}}(f)|$  als auch  $|G_{\text{Manch}}(f)|$  in einem Programm Ihrer Wahl. Vergleichen Sie beide Spektren miteinander. (Hausaufgabe)

